



## الگوسازی رفتار فصلی قیمت مرغ در کشور: کاربرد مدل خودتوضیحی دوره‌ای (PAR)

مucchsoomeh RasheedQlem<sup>\*</sup>, Mohammad QehramanZadeh و Esmail PishBehar<sup>†</sup>

<sup>\*</sup>- دانشجوی مقطع دکتری، گروه اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

<sup>†</sup>- به ترتیب دانشیار و استادیار گروه اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

ایمیل نویسنده مسئول: m65\_aes@yahoo.com

### چکیده

کالای گوشت همواره جزء کالاهای مهم و ضروری برای خانوارهای ایرانی بوده است به طوری که در اغلب سال‌ها، در بین اقلام گروه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها بیشترین سهم از کل هزینه خانوار متعلق به هزینه انواع گوشت بوده است. در این بین گوشت مرغ یکی از متداول‌ترین انواع گوشت مصرفی در ایران و سایر کشورها بوده و تقاضا برای آن نسبتاً زیاد است. هدف مطالعه حاضر الگوسازی رفتار قیمت فصلی گوشت مرغ در کشور می‌باشد. برای این منظور داده‌های سه ماهانه قیمت گوشت مرغ برای سال‌های ۱۳۷۷-۹۰ مورد استفاده قرار گرفت. ابتدا آزمون HEGY جهت بررسی ریشه واحد فصلی به کار گرفته شد و سپس آزمون ریشه واحد دوره‌ای فرانسیس و پاپ و آزمون رفتار فصلی دوره‌ای بسویچ و فرانسیس استفاده شد. مطابق نتایج به دست آمده، سری مورد مطالعه رفتار منظم و دوره‌ای داشته و الگوی خودتوضیحی دوره‌ای از مرتبه یک [PAR(1)] برای الگوسازی آن مناسب می‌باشد. در ادامه آزمون ریشه واحد دوره‌ای فرانسیس و پاپ بر روی داده‌های فصلی گوشت مرغ با بهره گیری از مدل PAR(1) انجام گرفت که نتایج بیانگر وجود ریشه واحد دوره‌ای در این داده‌ها است. در نهایت بعد از ایستاسازی داده‌ها با فیلتر مناسب، قیمت‌های فصلی آتی گوشت مرغ پیش‌بینی گردید.

**کلمات کلیدی:** پیش‌بینی، ریشه واحد دوره‌ای، ریشه واحد فصلی، مدل خودتوضیحی دوره‌ای، گوشت مرغ.



## مقدمه

با توجه به نقش قابل توجه بخش کشاورزی در استغال (۲۳ درصد)، تامین مواد غذایی و سهم آن در ارزش تولید ناخالص داخلی و صادرات غیرنفتی (۱۳درصد)، ارزش کل سرمایه گذاری‌های انجام شده در زیربخش دام و طیور کشور ۳۱۵ هزار میلیارد ریال است. این سرمایه گذاری‌ها در حال حاضر به تولید ۸۶۶ هزار تن گوشت قرمز، ۸۲۵۱ هزار تن شیر، ۱۴۶۸ هزار تن گوشت مرغ و ۷۰۱ هزار تن تخم مرغ در کشور منجر شده است. این زیربخش حدود ۴۱ درصد از ارزش افروده بخش کشاورزی و حدود ۴/۵ درصد از تولید ناخالص داخلی را به خود اختصاص داده است (شرکت امور دام کشور، ۱۳۹۰).

سازمان جهانی خواروبار و کشاورزی (FAO) در جدیدترین گزارش از سری گزارش‌های خود موسوم به "گزارش چشم انداز جهانی غذا"، میزان گوشت تولیدی در جهان را در سال ۲۰۱۳ بالغ بر ۳۰۸ میلیون تن اعلام کرده است که بیش از ۱۸۸ میلیون تن آن محصول کشورهای درحال توسعه و بیش از ۱۲۰ میلیون تن آن تولید کشورهای توسعه یافته عنوان شده است. بر اساس این گزارش، در سال جاری میلادی ۲/۲۷۳ میلیون تن انواع گوشت در ایران تولید شده است که این رقم در سال گذشته برابر با ۲/۲۳۵ میلیون تن بوده است. کل مصرف گوشت در ایران در سال ۱۳۹۱ برابر با ۲/۳۷۵ میلیون تن و این رقم برای سال ۱۳۹۲ به میزان ۲/۴۶۲ میلیون تن اعلام شده است و افزایش ۳۸ هزار تنی تولید این ماده غذایی در کشور خبر داده است. ایران رتبه هفتم تولید گوشت مرغ دنیا را داراست و مصرف سرانه مرغ کشور ما به ۲۳ کیلو گرم رسیده که از متوسط جهانی بالاتر است. مهم‌ترین استان‌های تولید کننده گوشت مرغ به ترتیب مازندران، خراسان، فارس، اصفهان، آذربایجان شرقی، مرکزی و تهران هستند که حدود ۵۰ درصد تولید کشور را بر عهده دارند (شرکت امور دام کشور، ۱۳۹۰).

آنچه در کشاورزی کشورهای در حال توسعه بیشتر مشاهده می‌گردد تغیرات گسترده عملکرد و قیمت محصولات و نهاده‌های تولیدی است که باعث به وجود آمدن ریسک در کشاورزی این کشورها شده است. با توجه به این که نوسانات عملکرد عمده تحت تاثیر شرایط محیطی، عوامل ژنتیکی و مدیریتی می‌باشد، لذا ریسک موجود در فعالیت‌های کشاورزی این کشورها بیشتر در اثر نوسانات قیمت است. قیمت‌ها از نظر اقتصادی نقش راهنما را برای اتخاذ تصمیمات تولیدی و مصرفی اتخاذ می‌کنند. بنابراین ارائه الگوهایی برای پیش‌بینی دقیق روند و نوسانات قیمتی

یکی از ابزارهای کارا برای سیاست‌گذاری، تصمیم‌گیری در سطوح مختلف بازار، سرمایه‌گذاری و بازاریابی به شمار می‌آید. پیش‌بینی نقش مهمی را در اعمال سیاست‌های مناسب در اقتصاد ایفا می‌کند. انجام پیش‌بینی‌های اقتصادی باعث می‌گردد که مسیر حرکت آینده روش‌تر گردیده و مسئولان اقدامات موثرتری را در رابطه با آینده به عمل آورند. پیش‌بینی‌ها علاوه بر تخصیص موثر منابع به فعالیت‌های هدف در سطح عملیاتی باعث کاهش احتمالات در هنگام تدوین راهبردهای آینده می‌گردد. وجود وقfeه بین زمان تصمیم‌گیری به تولید تا تولید و انتقال به بازار، که از ویژگی‌های خاص تولید در بخش کشاورزی می‌باشد، نیز بر اهمیت مسئله پیش‌بینی می‌افزاید (ابراهیمی و همکاران، ۱۳۹۱). همچنین پیش‌بینی قیمت محصولات گوشتی می‌تواند شرایط مناسب برای سیاست‌گذاری و توسعه صنعت تولید گوشت کشور فراهم سازد. بر این اساس ریسک تصمیم‌گیری در برنامه‌های حمایتی صنعت کاهش می‌یابد و سودآوری را در بازار محصولات آشکار می‌کند. در این بین یکی از عوامل مهم که کمک شایانی به پیش‌بینی صحیح یک سری زمانی می‌کند، انتخاب الگوی مناسب و توجه به مولفه‌های اصلی تشکیل‌دهنده آن می‌باشد. تغییرات فصلی از مولفه‌های مهم در یک سری زمانی است. برای یک سری زمانی همانند قیمت گوشت مرغ و گوشت قرمز، تغییر شرایط آب و هوا، تقاضای فصلی مصرف کنندگان گوشت، وجود مناسبت‌های مذهبی و اعياد از جمله عواملی است که منجر به فصلی بودن این سری زمانی می‌گردد. لذا الگوی پیش‌بینی این گونه سری‌های زمانی می‌باشد. توجه به این رفتار فصلی قیمت‌ها تدوین گردد. در این راستا لازم است از تکنیک‌های سری زمانی فصلی بهره گرفته شود.

### پیشنه تحقیق

پیش از این نیز محققانی از تکنیک‌های سری زمانی فصلی جهت بررسی رفتار سری‌های زمانی اقتصادی بهره گرفته‌اند. لی و هی (۲۰۱۱) مدل‌سازی و پیش‌بینی قیمت نیروی الکتریسیته در سوئد را مورد بررسی قرار دادند. برای این منظور از مدل‌های خودتوضیحی<sup>۱</sup> (AR)، خودتوضیحی دوره‌ای<sup>۲</sup> (PAR) و خودتوضیحی برداری<sup>۳</sup> (VAR) و خودتوضیحی ساختاری<sup>۴</sup> (SVAR) استفاده کردند. در نهایت مدل خودتوضیحی برداری دوره‌ای به عنوان مناسب‌ترین مدل انتخاب گردید. زیمرمن (۲۰۱۲) ایده فصلی بودن تولید ناخالص داخلی کشور آلمان را مورد بررسی قرار داد. برای این منظور مدل فصلی قطعی (با استفاده از متغیرهای موهومی) و مدل فصلی احتمالی (ایستا و نا ایستا) مدنظر قرار

<sup>1</sup>. Autoregressive

<sup>2</sup>. Periodic Autoregressive

<sup>3</sup>. Vector Autoregressive

<sup>4</sup>. Structural Vector Autoregressive

گرفته و به انجام آزمون‌های مختلف ریشه واحد (فصلی و غیرفصلی) اقدام گردید. نتایج حاصل از بکارگیری آزمون‌های ریشه واحد بیانگر فصلی بودن رفتار این متغیر می‌باشد. از دیگر مطالعات انجام شده در این زمینه می‌توان به مطالعه فرانسیس (۱۹۹۱) و اوزبورن و همکاران (۱۹۹۱). نیز اشاره کرد. در داخل کشور نیز، کشاورز (۱۳۸۵) قیمت گوشت مرغ، گوشت قرمز و ماهی را در استان تهران پیش‌بینی نمود. در این مطالعه با توجه به ایستا بودن سری‌های یادشده قیمت در سطح داده‌ها، برای پیش‌بینی قیمت‌ها از روش خود توضیح میانگین متحرک<sup>۵</sup> (ARMA) استفاده شد. قهرمان زاده و سلامی (۱۳۸۷) الگوی پیش‌بینی قیمت گوشت مرغ استان تهران را مورد بررسی قرار دادند. بدین منظور از الگوهای خودتوضیحی دوره‌ای (PAR)، پایه رگرسیونی<sup>۶</sup> بهره گرفته شد که در آن به دلیل تعیت قیمت ماهانه گوشت مرغ از فرآیند تصادفی ناایستا، مدل پایه رگرسیونی انتخاب گردید. قهرمان زاده (۱۳۹۰) پیش‌بینی ماهانه قیمت چوجه یکروزه گوشتی استان آذربایجان شرقی را مورد مطالعه قرار داد. وی به برآورد مدل پایه رگرسیونی و مدل خود توضیحی میانگین متحرک فصلی اقدام نمود. در نهایت با استفاده از معیار<sup>۷</sup> RMSE مدل پایه رگرسیونی برتر شناخته شد.

براساس آنچه که بیان شده ملاحظه می‌شود در داخل کشور مطالعات خیلی کمی از تکنیک‌های سری زمانی فصلی به ویژه الگوی خودتوضیح دوره‌ای (PAR) بهره گرفته‌اند در این میان مطالعه‌ای که به طور کامل و مفصل به کاربرد الگوی خودتوضیح دوره‌ای (PAR) به طور خاص آزمون ریشه واحد دوره‌ای پرداخته شود وجود ندارد. در این خصوص مطالعه حاضر جزو پیشگامان در این زمینه بخصوص آزمون ریشه واحد دوره‌ای می‌باشد تا از این طریق کمک شایانی به پر شدن خلاء تحقیقاتی در این زمینه نماید. بنابراین مطالعه حاضر با هدف پیش‌بینی قیمت فصلی گوشت مرغ شرایط لازم را برای سیاست‌گذاری در جهت توسعه صنعت گوشت در کشور فراهم می‌سازد.

### روش‌شناسی

امروزه پیش‌بینی وقایع آینده مورد توجه محققین در زمینه‌های مختلف قرار گرفته و روش‌های متنوعی نیز در این رابطه ابداع شده است. روش‌های پیش‌بینی مشتمل بر دو گروه اصلی کیفی و کمی می‌باشند. روش‌های کمی به دو دسته رگرسیونی و غیر رگرسیونی قابل تقسیم است. روش‌های غیر رگرسیونی شامل روش میانگین ساده، روش‌های میانگین متحرک و انواع روش‌های تعدیل نمایی می‌باشد. روش‌های رگرسیونی نیز به دو گروه علی و غیر علی

<sup>5</sup>. Autoregressive Moving Average (ARMA)

<sup>6</sup>. Regression Based Model

<sup>7</sup>. Root Mean Square Errors



تقسیم‌بندی می‌شوند. از جمله روش‌های رگرسیون علی می‌توان به مدل خود رگرسیو با واریانس ناهمسانی شرطی (ARCH) و مدل خود رگرسیو با واریانس ناهمسانی شرطی تعیین‌یافته (GARCH) اشاره نمود. روش‌های رگرسیونی غیرعلی نیز شامل روش هارمونیک، فرآیند ARIMA و ARMA می‌باشد (چو، ۲۰۰۸). اگر سری موردنظر دارای تغییرات فصلی باشد بایستی از تکنیک‌های سری زمانی فصلی، نظیر الگوهای خودتوضیحی دوره‌ای (PAR)، پایه‌ی رگرسیونی<sup>۸</sup> و نیز فرایند<sup>۹</sup> SARIMA استفاده کرد.

برای تدوین رفتار یک سری زمانی و الگوی پیش‌بینی مقادیر آتی آن نظیر قیمت گوشت ابتدا باید مشخص گردد که آیا سری‌های موردنظر دارای مولفه فصلی می‌باشند یا خیر. در صورت وجود مولفه فصلی ابتدا الگوی خودتوضیح دوره‌ای [PAR(p)] مورد بررسی قرار می‌گیرد اگر سری موردنظر از این الگو پیروی کند، پیش‌بینی بر اساس آن خواهد بود، در غیر این صورت الگوی پایه رگرسیونی بر اساس آزمون ریشه واحد فصلی و خودتوضیحی انباسته‌ی میانگین متحرک فصلی (SARIMA) مناسب خواهد بود. در شرایط عدم وجود ریشه واحد فصلی، مشخص می‌گردد که سری موردنظر دارای مولفه فصلی نبوده و پیش‌بینی می‌تواند بر اساس الگوی خود رگرسیون میانگین متحرک صورت گیرد که در ادامه این مدل‌ها توضیح داده می‌شود.

#### - الگوی هم انباستگی فصلی<sup>۱۰</sup> (مدل پایه رگرسیونی)

در ادبیات ریشه واحد معمول، گفته می‌شود که یک سری زمانی انباسته از مرتبه  $d$  است اگر تفاضل  $d$  ام آن یک فرایند ARMA پایا و معکوس‌پذیر<sup>۱۱</sup> باشد. هیلبرگ و همکاران (۱۹۹۰) این مفهوم را به انباستگی فصلی تعیین دادند و بیان کردند سری زمانی مورد نظر مانند قیمت گوشت مرغ<sup>۱۲</sup>  $y_t$ ، انباسته فصلی از مرتبه  $d$  در فرآوانی<sup>۱۳</sup> است اگر تراکم طیفی آن<sup>۱۴</sup> در رابطه زیر صدق نماید:

$$f(\omega + \lambda) \sim g|\lambda|^{-2d} \quad \exists \lambda \rightarrow 0 \quad (1)$$

که در آن  $g$  یک عدد ثابت است، نماد<sup>۱۵</sup> بدین مفهوم است که نسبت سمت راست و چپ به عدد یک میل می‌کند،  $\omega$  فرآوانی فصلی و  $d$  یک عدد صحیح غیرمنفی است. برای داده‌های سه‌ماهانه  $\{\omega, \pi, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\}$  می‌باشد که بر حسب رادیان اندازه‌گیری می‌شود. معمولاً برای سادگی، فرآوانی فصلی بر حسب کسری از چرخه کامل<sup>۱۶</sup>

<sup>8</sup>. Regression –Based Model

<sup>9</sup>. Seasonal ARIMA

<sup>10</sup>. Seasonal Integration

<sup>11</sup>. Invertible

<sup>12</sup>. Spectral density

<sup>13</sup>. Total circle



اندازه گیری می شود. یعنی  $2\pi\theta = \omega = \theta = [0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ ، این فرایند به صورت  $y_t \sim I_\theta(d)$  نشان داده می شود که  $d$  مرتبه اباستنگی و  $\theta$  فراوانی را نشان می دهد (برندسترپ، ۲۰۰۴).

ریشه واحدها برای فرایند تصادفی  $y_t$  می توانند با تجزیه عملگر  $(B^s - 1)$  به دست می آید که در مورد داده های سه ماهانه ( $s=4$ ) به صورت زیر می باشد (کلمانتس و هندری، ۲۰۰۴) :

$$(1 - B^s)y_t = (1 - B)(1 + B + B^2 + B^3)y_t = (1 - B)(1 + B)(1 - iB)(1 + iB)y_t \quad (2)$$

با توجه به معادله (۲) و روش HEGY برای آزمون ریشه واحد فصلی می توان معادله (۳) را به روش حداقل

مربعات معمولی تخمین زد (Jumah & Kunst, 2006) :

$$(1 - B^4)y = \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{4,t-1} + \sum_{i=1}^4 \varphi_i (1 - B^4)y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3)$$

که در آن  $y_{i,t}$  تبدیلات خطی است که به صورت زیر حاصل می شود:

$$y_{1,t} = (1 + B + B^2 + B^3)y_t$$

$$y_{2,t} = -(1 - B + B^2 - B^3)y_t$$

$$y_{3,t} = -(1 - B^2)y_t \quad (4)$$

پس از برآورد معادله رگرسیونی (۳)، فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد با آماره های  $t$  برای ضرایب برآورده شده  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  و آماره های  $F$  برای ضرایب  $\pi_4$  آزمون می شود. این آماره ها با مقادیر بحرانی ارائه شده توسط هیلبرگ و همکاران (۱۹۹۰) مقایسه می گردند. در نهایت با توجه به نتایج آزمون HEGY با شناسایی نوع و تعداد ریشه های واحد موجود در سری زمانی، رفتار قیمت گوشت قبل شناسایی است و متناسب با آن نوع فیلتر تفاضل گیری نیز برای ایجاد سری زمانی ایستا تعیین می گردد. سپس داده های ایستا شده برای پیش بینی مقادیر آینده سری موردنظر به کار می رود. اگر نتایج آزمون انجام شده برای سری موردنظر یانگر وجود یک فرایند تصادفی فصلی نا ایستا باشد، الگوی مناسب برای پیش بینی قیمت ها، الگوی خود توضیحی است که به الگوی پایه رگرسیونی معروف است، و دارای فرم ریاضی به صورت رابطه زیر می باشد:

$$\Delta_s y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta_s y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5)$$

که در آن  $\Delta_s y_t$  سری قیمت ایستا شده،  $\alpha_0$  عرض از مبدأ،  $p$  تعداد وقفه ها،  $\varphi_i$  پارامترهای الگو است که باید برآورد گردد،  $\Delta_s y_{t-i}$  وقفه ای از سری قیمت ایستا شده و  $\varepsilon_t$  اجزای اخلال الگو است.



## - الگو خودتوضیح دوره‌ای (PAR(P))

الگوهای خودتوضیحی دوره‌ای ماهیتاً زمانی به کار می‌روند که مؤلفه‌های مؤثر اقتصادی از قبیل ترجیحات و تکنولوژی‌ها به صورت فصلی تغییر پیدا کنند. برای نشان دادن رفتار فصلی، این الگوها امکان تغییر پارامترهای مربوط به هر فصل، در الگو خودتوضیحی را فراهم می‌کنند. برای این منظور از متغیرهای مجازی استفاده می‌شود (کاسترو و اویزبورن، ۲۰۰۵). بخش عمده‌ای از سری‌های زمانی کلان از رفتار دوره‌ای تعیت می‌کند (تریپودیس و پنتر، ۲۰۰۵). یک الگو خودتوضیحی دوره‌ای از درجه  $p$  برای داده‌های سه ماهانه به صورت زیر تعریف می‌شود (فرانسیس و پاپ، ۲۰۰۴):

$$y_t = \sum_{s=1}^4 \mu_s D_{s,t} + \sum_{s=1}^4 \lambda_s D_{s,t} T_t + \sum_{i=1}^p \sum_{s=1}^4 \lambda_{i,s} D_{s,t} y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (6)$$

در رابطه (6)،  $n = 4N$ ،  $T_t = \left[ \frac{t-1}{4} \right] + 1$ ،  $t = 1, 2, \dots, n$ ،  $s = 1, 2, 3, 4$ ،  $\varepsilon_t$  اجزای

اخلاق و  $\mu_s$  و  $\lambda_s$  و  $\lambda_{i,s}$  پارامترهای دوره‌ای هستند که ممکن است به ازای هر فصل  $s = 1, 2, 3, 4$  تغییر نمایند.  $D_{s,t}$  ها نیز متغیرهای موہومی فصل‌ها را نشان می‌دهند (لی و هی، ۲۰۱۱).  $y_{t-i}$  نیز به ازای  $i = 1, 2, \dots, p$  وقفه‌های متغیر وابسته را نشان می‌دهند که در الگو وارد می‌شود. برای انتخاب تعداد وقفه بهینه ( $p$ ) معیارهای گوناگونی پیشنهاد گردیده است که معیارهای اطلاعاتی آکائیک و شوارتز از این جمله‌اند. البته لازم به ذکر است جهت انتخاب تعداد وقفه بهینه می‌باشی الگو دارای مشکل خودهمبستگی دوره‌ای و غیردوره‌ای نباشد.

طبق رهیافت (فرانسیس و پاپ، ۲۰۰۴)، جهت انجام آزمون خودهمبستگی دوره‌ای، اجزای اخلاق برآورد شده معادله (6) بر روی تمامی متغیرهای توضیحی این معادله به اضافه چهار متغیر جدید به صورت  $\sum_{s=1}^4 \delta_s D_{s,t} \varepsilon_{t-1}$  که شامل اثرات متقابل وقفه اول اجزای اخلاق ( $\varepsilon_{t-1}$ ) با متغیرهای مجازی فصلی ( $D_s$ ) هستند رگرس می‌گردد. پس از برآورد این رگرسیون کمکی، فرضیه عدم  $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$  مبنی بر عدم وجود خودهمبستگی دوره‌ای از درجه اول مورد سنجش قرار می‌گیرد که برای این منظور می‌توان از آزمون F استفاده نمود. آماره F در این آزمون دارای توزیع F استاندارد با درجه آزادی  $(4N-K)$  می‌باشد که در آن N تعداد مشاهدات و K تعداد ضرایب برآورد شده در رگرسیون کمکی می‌باشد. پس از انتخاب الگو مناسب، وجود تغییرات دوره‌ای در رفتار متغیر مورد نظر آزمون می‌گردد. برای این منظور از آزمون نسبت درستنمایی<sup>۱۴</sup> (LR) ارائه شده توسط بسویج و فرانسیس استفاده می‌شود. بدین شکل که ابتدا معادله (6) با فرض نرمال بودن اجزای اخلاق، از طریق روش OLS برآورد گردیده و سپس فرضیه صفر مبنی بر عدم وجود تغییرات دوره‌ای در پارامترهای این خودتوضیحی با استفاده از آزمون LR سنجیده می‌شود (فرانسیس و پاپ، ۲۰۰۴):

<sup>14</sup>. Likelihood Ratio



$$H_0: \lambda_{i,s} = \lambda \quad s = 1, 2, 3, 4 \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (7)$$

آماره LR دارای توزیع  $\chi^2_{3p}$  می‌باشد. آماره آزمون F برای سنجش این فرضیه عدم، دارای توزیع استاندارد  $F(3p, n-(4+4p))$  می‌باشد. در صورت معنی‌دار بودن آزمون F الگو PAR(P) جهت بررسی و پیش‌بینی سری زمانی فصلی  $y_t$  مناسب می‌باشد. پس از اینکه الگو PAR اولیه جهت نشان دادن رفتار یک سری مناسب تشخیص داده شد، می‌توان به انجام آزمون ریشه واحد دوره‌ای برای سری موردنظر اقدام نمود (قهرمان‌زاده و سلامی، ۲۰۰۸).

مطابق رهیافت فرانسیس و پاپ (۲۰۰۴) به طور کلی یک الگو PAR می‌تواند دارای دو نوع ریشه واحد تکی<sup>۱۵</sup> یا مختلط<sup>۱۶</sup> باشد. ریشه واحد تکی در صورتی به کار گرفته می‌شود که سری مورد نظر دارای یک ریشه واحد باشد. در صورتی که تعداد ریشه‌ها بیش از یک باشد بایستی به انجام آزمون ریشه واحد مختلط اقدام شود. جهت انجام آزمون ریشه واحد می‌توان الگو PAR در معادله (۶) را با استفاده از روش ماتریسی به صورت زیر نوشت:

$$\Phi_0 Y_T = \mu + \Phi_1 Y_{T-1} + \dots + \Phi_p Y_{T-p} + \varepsilon_T \quad T = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

در معادله (۸)،  $Y_T = (Y_{1,T}, Y_{2,T}, Y_{3,T}, Y_{4,T})'$  می‌باشد که در آن سری مربوط به فصل  $i$  در سال  $T$  را نشان می‌دهد. به این ترتیب  $Y_T$  یک بردار  $4 \times 1$  از سری‌های مربوط به هر فصل می‌باشد. با درنظر گرفتن معادلات (۶) و (۸)،

که در آن  $[.]$  عامل جزء صحیح را نشان می‌دهد. به این ترتیب در صورتی که درجه یک الگو PAR(P) در معادله (۶) کمتر یا مساوی با ۴ باشد در آنصورت درجه معادله (۸) برابر با یک ( $P = 1$ ) خواهد بود. ماتریس‌های  $4 \times 4$  هستند که به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\Phi_0[i,j] = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i > j \\ -\Phi_{i-j,i} & \text{if } i < j \end{cases} \quad \Phi_k[i,j] = \Phi_{i+4k-j,i} \quad (9)$$

در معادلات بالا  $k = 1, 2, \dots, P$  و  $j = 1, 2, 3, 4$  می‌باشد. معادله (۹) می‌تواند به صورت زیر نوشت  
شود:

$$Y_T = \Phi_0^{-1}\mu + \Phi_0^{-1}\Phi_1 Y_{T-1} + \dots + \Phi_0^{-1}\Phi_p Y_{T-p} + \Phi_0^{-1}\varepsilon_T \quad T = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

<sup>15</sup>. Single

<sup>16</sup>. Multiple



معادله (۱۰) یک فرآیند خودتوضیحی برداری (VAR) از درجه  $P$  برای فرآیند  $Y_T$  می‌باشد که در آن  $\varepsilon_T \sim N(0, \sigma^2 I_4)$  می‌باشد. لذا  $\Phi_0^{-1} \varepsilon_T$  دارای توزیع  $N(0, \sigma^2 \Phi_0^{-1}(\Phi_0^{-1})' I_4)$  خواهد بود. الگو خودتوضیحی در معادله (۱۰) می‌تواند به شکل الگو تصحیح خطأ<sup>۱۷</sup> به صورت زیر نوشته شود:

$$\Delta_1 Y_T = \Phi_0^{-1} \mu + \Phi_0^{-1} \tau T + \Pi Y_{T-1} + \Gamma_1 \Delta_1 Y_{T-1} + \dots + \Gamma_{P-1} \Delta_1 Y_{T-(P-1)} + \Phi_0^{-1} \varepsilon_T$$

$$\Gamma_1 = \Phi_0^{-1} \sum_{j=i+1}^P \Phi_j \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, P-1$$

$$\Pi = \Phi_0^{-1} \sum_{j=1}^P \Phi_j - I_4 \quad (11)$$

تعیین تعداد ریشه‌های واحد از طریق روابط همگرایی در ماتریس  $\Pi$  صورت می‌گیرد. زمانیکه رتبه ماتریس  $\Pi$  برابر با  $4$  باشد، به همان تعداد بردار همگرایی وجود خواهد داشت. در این حالت تعداد ریشه‌های یک سری برابر با  $4 - s$  خواهد بود که در اینجا  $s = 4$  می‌باشد. باستی توجه داشت که حداکثر تعداد ریشه واحد برای یک الگو PAR(P) برابر با  $p$  خواهد بود (فرانسیس و پاپ، ۲۰۰۴).

با توجه به آنچه گفته شد، می‌توان نتیجه گرفت درصورتی که الگو برآورد شده یک الگو خودتوضیحی دوره‌ای از درجه یک باشد، جهت بررسی ایستایی دوره‌ای سری مورد نظر، انجام آزمون ریشه واحد دوره‌ای تکی کفايت می‌کند. ولی در صورتی که الگو برآورد شده از درجه ۲ یا بالاتر باشد، انجام آزمون‌های ریشه واحد مختلط نیز الزامی است. برای انجام ریشه واحد تکی، ابتدا الگو نامقید در معادله (۶) برآورد گردیده و مجموع مربعات خطای آن ( $RSS_1$ ) محاسبه می‌گردد. سپس الگو مقید از طریق اعمال قید  $a_1 a_2 a_3 a_4 = 1$ ، در معادله (۱۲) برآورد گردیده و مجموع مربعات خطای آن ( $RSS_0$ ) محاسبه می‌گردد (فرانسیس و پاپ، ۲۰۰۴):

$$y_t = \sum_{s=1}^4 \mu_s D_{s,t} + \sum_{s=1}^4 \tau_s D_{s,t} T_t + \sum_{s=1}^4 a_s y_{t-1} + \sum_{i=1}^{P-1} \sum_{s=1}^4 \beta_{is} D_{s,t} (y_{t-i} - a_{s-i} y_{t-i-1}) + \varepsilon_t \quad (12)$$

پس از برآورد الگوهای مقید و نامقید، وجود ریشه واحد از طریق آزمون نسبت درستتمایی (LR) صورت می‌گیرد.

برای این منظور آماره LR به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$LR_i^1 = n \log \left( \frac{RSS_0}{RSS_1} \right) \quad (13)$$

در معادله (۱۳)،  $n$  تعداد مشاهدات و  $\log$  نماد لگاریتم می‌باشد. مقدار  $i$  در معادله فوق می‌تواند ۱، ۳ و ۵ باشد. در صورتی که به ازای  $s = 1, 2, 3, 4$  الگو مقید و نامقید بدون عرض از مبدأ و روند  $(0, 0, 0, 0)$  باشند  $i = 1$ ، درصورتیکه فقط دارای عرض از مبدأ باشند  $(0, 0, 0, 0) \neq (0, 0, 0, 0)$  و درصورتی که هم دارای عرض از

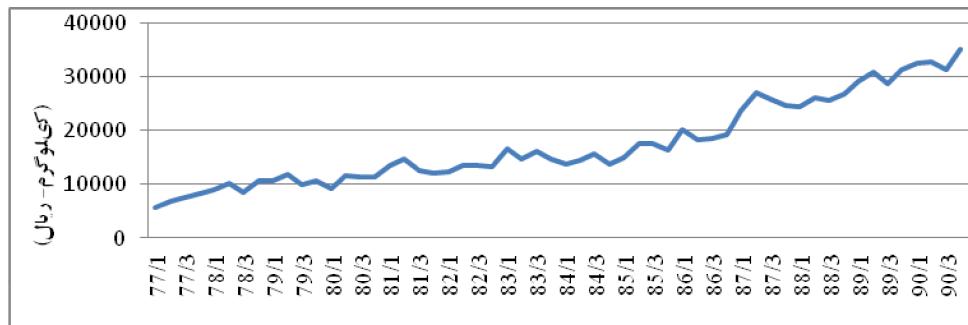
<sup>17</sup>. Error- Correction Model

مبدأ و هم دارای روند باشند ( $0 \neq 1$ ) و ( $0 \neq 2$ ) خواهد بود. اهمیت این نامگذاری به این دلیل است که مقادیر بحرانی بسته به وجود یا عدم وجود عرض از مبدأ و روند متفاوت خواهد بود. مقادیر بحرانی در فرانسنس و پاپ (۲۰۰۴) بیان شده‌اند. نهایتاً در صورتی که وجود آزمون ریشه واحد تکی در یک الگو پذیرفه شود در این صورت از فیلتر L<sub>a</sub> - 1 جهت استاسازی داده‌ها استفاده می‌گردد.

در مطالعه حاضر رفتار فصلی قیمت گوشت مرغ، گوسفند و گاو در کشور با استفاده از الگوهای یاد شده مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت پس از انتخاب الگو برتر، اقدام به پیش‌بینی قیمت آتی این نوع گوشت در ایران شد. بدین منظور از داده‌های مربوط به قیمت فصلی سه ماهانه گوشت مرغ در طی سال‌های ۱۳۹۰:۱ تا ۱۳۷۷:۴ استفاده شد. این داده‌ها از بانک اطلاعاتی شرکت پشتیبانی امور دام کشور جمع‌آوری شده است.

### تجزیه و تحلیل داده‌ها

در نمودار (۱)، روند تغییرات قیمت‌های فصلی گوشت مرغ در سال‌های ۹۰-۱۳۷۷ نشان داده شده است. بررسی ظاهری و اولیه قیمت گوشت مرغ در کشور بیانگر دو مولفه اساسی در مورد ماهیت ایجاد داده‌های این متغیر است. اول اینکه سری موردنظر روند رو به رشد دارد و نیز نوسانات آن در فصول مختلف شباهت زیادی به هم دارد که بیانگر وجود رفتار فصلی در آن می‌باشد.



نمودار ۱- میانگین قیمت سه ماهانه گوشت مرغ در کشور طی سال‌های ۹۰-۱۳۷۷

مأخذ: شرکت پشتیبانی امور دام کشور

برای تدوین الگوی پیش‌بینی مقادیر آتی قیمت گوشت مرغ در کشور ابتدا باید مشخص می‌گردید که آیا سری موردنظر دارای مولفه فصلی می‌باشد یا خیر، که این امر از طریق انجام ریشه واحد صورت گرفت. در صورت وجود ریشه واحد فصلی ابتدا الگوی خودتوضیح دوره‌ای (PAR(p)) مورد بررسی قرار می‌گیرد و اگر سری موردنظر از این الگو پیروی کند، پیش‌بینی بر اساس آن خواهد بود، در غیر این صورت الگوی پایه رگرسیونی و خودتوضیحی

انباشته‌ی میانگین متحرک فصلی مناسب خواهد بود. در شرایط عدم وجود ریشه واحد فصلی، سری موردنظر دارای مولفه فصلی نبوده و پیش‌بینی بر اساس الگوی خودرگرسیون میانگین متحرک صورت می‌گیرد.

برای بررسی وجود ریشه واحد در سری‌های مورد مطالعه از آزمون HEGY (رابطه ۳) برای حالت با عرض از مبدا و متغیر موهومی فصلی و روند، برای وقفه‌های صفر تا دوازده استفاده شد. در نهایت با استفاده از معیارهای آکائیک (AIC) و شوارتز (BIC) و خصوصیت نوفه سفید بودن اجزاء اخلال معادله، الگوهای برآورده گردید که نتایج مربوطه در جدول (۱) گزارش شده است.

جدول ۱ - نتایج آزمون ریشه واحد برای سری‌های قیمت‌های سه‌ماهانه گوشت مرغ

آماره‌ها	تعداد وقفه	$t(\pi_1)$	$t(\pi_2)$	$F(\pi_3, \pi_4)$
قیمت	۲۰۴	-۰/۱۴***	-۱/۷۵***	۴/۴۲***

\*\*\* معنی‌داری در سطح ۱ درصد

نتایج مربوط به آماره‌های  $t$  در فراوانی‌های صفر،  $t(\pi_1)$ ، و شش ماهه،  $t(\pi_2)$  در ستون‌های سوم و چهارم و آماره  $F$  در فراوانی مختلط،  $F(\pi_3, \pi_4)$ ، در ستون پنجم این جدول آمده است. از آنجا که برای سری یادشده، آماره  $t$  محاسبه شده برای فرضیه  $H_0: \pi_1 = 0$  از  $t$  بحرانی جدول بزرگتر است بنابراین فرض صفر رد نمی‌شود و در نتیجه یک ریشه در واحد صفر برای سری موردنظر وجود دارد. همچنین آماره  $t$  برای فرضیه  $H_0: \pi_2 = 0$  برای سری قیمت گوشت مرغ بزرگتر از مقدار بحرانی بوده و در نتیجه حاکی از وجود ریشه واحد در فراوانی شش ماهه می‌باشد، به عبارت دیگر سری زمانی گوشت مرغ دارای ریشه واحد فصلی است.

با توجه به اینکه داده‌های مربوط به متغیر قیمت گوشت مرغ دارای ریشه واحد فصلی می‌باشد، ابتدا جهت تحلیل رفتار فصلی قیمت گوشت مرغ در کشور در اولین مرحله می‌بایستی از طریق رهیافت بوسیع و فرانسیس (۱۹۹۶) وجود تغییرات دوره‌ای در سری زمانی قیمت گوشت مرغ آزمون می‌گردید. بدین منظور اقدام به برآورده الگو خودتوضیحی دوره‌ای مناسب گردید که نتایج حاصل از آن در جدول (۲) منعکس شده است. همانگونه که ملاحظه می‌گردد الگوی برآورده شده یک الگو خودتوضیحی از مرتبه ۱ می‌باشد، (PAR(1)). برای تعیین تعداد وقفه‌های مناسب این الگو از روش حرکت از کل به جزء استفاده شد. بدین ترتیب که ابتدا معادله ۶ با استفاده از ۱۲ وقفه برآورده می‌گردد و تعداد وقفه‌ها تا جاییکه اجزای اخلال خصوصیت نوفه سفید بودن خود را حفظ نماید، کاهش یافته است. در

نهايت الگو با يك وقه، به عنوان برترین الگو برای سري قيمت گوشت مرغ شناخته شد. آزمون هاي كنترل تشخيصي اجزاي اخلال برای الگوهای نهايی برآورد شده دلالت بر خوبی برازش الگو داشت. آزمون هاي كنترل تشخيصي انجام شده شامل آزمون LM بروج پاگان جهت تشخيص وجود خودهمبستگي سريالي از درجه اول ( $F_{per}$ ) و چهار [LM(4)، واريانس ناهمساني شرطی از درجه اول ARCH(1) و چهار ARCH(4)] و يك آزمون از نوع LM براي تشخيص وجود خودهمبستگي دوره ای از درجه اول ( $F_{per}$ ) می باشند. نتایج اين آزمون ها در جدول (۳) آمده است.

جدول ۲- نتایج برآورد الگو (1) PAR برای قيمت فصلی گوشت مرغ در كشور

پارامتر	مقدار ضريب	پارامتر	مقدار ضريب
$\lambda_3$	۶۰۷/۷۱(۰/۰۳)**	$\mu_1^†$	۶۶۹/۷۱(۰/۰۵)
$\lambda_4$	-۷۶۷/۷۴(۰/۰۵)**	$\mu_2$	۱۳۶۰/۳۶(۰/۱۵)
$\lambda_{11}$	۰/۷۳(۰/۰۰)***	$\mu_3$	۱۲۰۷/۵۲(۰/۲۳)
$\lambda_{12}$	۰/۹۲(۰/۰۰)***	$\mu_4$	-۲۲۱۷/۵۴(۰/۰۶)*
$\lambda_{13}$	۰/۶۴(۰/۰۰)***	$\lambda_1^†$	۶۲۱/۰۷(۰/۰۳)**
$\lambda_{14}$	۱/۴۸(۰/۰۰)***	$\lambda_2$	۱۳۷/۷۴(۰/۶۶)
$R^2 = 99$		$AIC = 963.94$	
		$BIC = 988.03$	

\*\*\* و \*\* به ترتيب معنی داري در سطوح ۱، ۵ و ۱۰ درصد را می باشنند. اعداد داخل پرانتز مقادير p-value را نشان می دهند. †: آنديس های ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتيب بيانگر فصول بهار، تابستان، پايز و زمستان می باشند.

جدول ۳- نتایج آزمون كنترل تشخيصي و آزمون الگو (1) گوشت مرغ

$F_{per}$	آزمون كنترل تشخيصي اجزاي اخلال				وقه	متغير
	LM(4)	ARCH(4)	ARCH(1)	$F_{per}$	$F_{per}$	
۳/۸۸ (۰/۰۱)	۵/۶۳۵ (۰/۲۲)	۳/۶۹۲ (۰/۴۴)	۰/۶۴۷ (۰/۴۲)	۲/۱۳ (۰/۰۹)	۰/۱۲۵ (۰/۰۷۲)	۱ مرغ

سطح معنی داري پaramترها در داخل پرانتز آمده است

مطابق جدول (۳) سطح معنی داري آماره های آزمون های LM(q) و ARCH(q) محاسبه شده برای الگو (1) به ترتيب بيانگر نبود خودهمبستگي سريالي و واريانس ناهمساني شرطی از درجه اول و چهار در اجزاي اخلال اين الگو در سطح احتمال ۵ درصد است. همچين سطح معنی داري آماره  $F_{per}$  نشان می دهد که فرضيه وجود تغييرات دوره ای در پaramترهاي معادله ۱ رد نمي گردد. لذا بر اين اساس می توان نتيجه گرفت که سري زمانی قيمت گوشت مرغ از رفتار تغييرات دوره ای تبعيت می کند و در نتيجه الگوی خود توضيحی دوره ای، الگوی مناسب برای پيش بینی

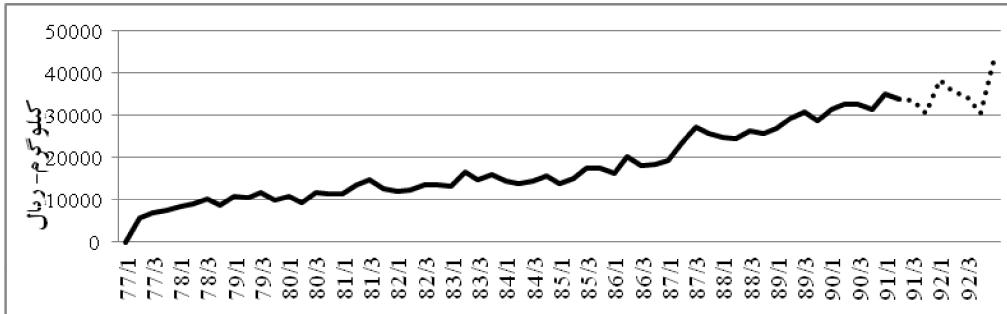
سری مورد نظر می‌باشد. به عبارت دیگر، رفتار هر فصل متغیر گوشت مرغ در کشور متفاوت از فصل دیگر می‌باشد و می‌توان رفتار هر فصل گوشت مرغ را جداگانه الگوسازی نمود.

در ادامه جهت آزمون وجود ریشه واحد در الگوی PAR، آزمون ریشه واحد دوره‌ای صورت گرفت. با توجه به اینکه الگو خودتوضیحی دوره‌ای برآورد شده برای قیمت گوشت مرغ از درجه یک می‌باشد، حداکثر ریشه واحد دوره‌ای آن می‌تواند برابر با یک باشد. لذا آزمون ریشه واحد با فرض وجود یک ریشه واحد انجام گرفت. نظر به اینکه الگو خودتوضیحی برآورد شده دارای عرض از مبدأ و روند می‌باشد، آماره  $L^1 R_5$  محاسبه شد که نتایج موید آن است که آزمون برآورد شده دارای بحرانی جدول (۶/۶۴) از لحاظ آماری در سطح احتمال یک درصد معنی‌دار نمی‌باشد. این یافته حکایت از عدم وجود ریشه واحد تکی در سری قیمت گوشت مرغ می‌باشد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که سری زمانی قیمت گوشت مرغ فاقد ریشه واحد دوره‌ای بوده و ایستا است. به این ترتیب نیازی به ایستا سازی آن نبوده و الگو اولیه که با سطح داده‌ها برآورد گردیده است، همچنان معتبر می‌باشد. در نهایت قیمت‌های آتی قیمت سه ماهه گوشت مرغ برای سال‌های ۹۲ و ۱۳۹۱ در کشور با استفاده از الگوی فوق پیش‌بینی گردید که نتایج آن در جدول (۴) آمده است.

جدول ۴- پیش‌بینی فصلی قیمت آتی گوشت مرغ کشور برای سال‌های ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲ ( واحد: ریال)

سال / فصل	بهار	تابستان	پاییز	زمستان
۱۳۹۱	۳۳۹۱۱	۳۳۵۷۱	۳۰۵۳۴	۳۸۲۸۹
۱۳۹۲	۳۵۵۵۵	۳۴۴۷۹	۳۰۶۳۵	۴۲۴۸۵

برای مقایسه روند مقادیر قیمت پیش‌بینی شده با روند قیمت واقعی، نمودار (۲) ترسیم شده است. قسمت خط پررنگ منحنی، روند قیمت‌های سهماهانه گوشت مرغ را در سال‌های ۹۰-۹۷ و قسمت خط‌چین منحنی روند قیمت‌های پیش‌بینی شده برای سال‌های ۹۲ و ۹۱ نشان می‌دهد. بر اساس این نمودار می‌توان نتیجه گرفت که روند قیمت پیش‌بینی شده برای دو سال آینده با روند قیمت واقعی سال‌های قبل هم خوانی دارد که این امر حکایت از خوبی برازش الگو دارد.



نمودار ۲- قیمت سه ماهانه واقعی و پیش‌بینی شده گوشت مرغ در کشور برای دوره ۱۳۹۲:۴-۱۳۷۷:۱

## بحث و نتیجه‌گیری

پیش‌بینی نقش مهمی را در اعمال سیاست‌های مناسب در اقتصاد ایفا می‌کند. انجام پیش‌بینی‌های اقتصادی باعث می‌گردد که مسیر حرکت آینده روش‌نتر گردیده و مسئولان اقدامات موثرتری را در رابطه با آینده به عمل آورند. یکی از مراحل مهم پیش‌بینی متغیرهای سری زمانی، الگوسازی صحیح رفتار این سری‌ها می‌باشد. در این مطالعه جهت پیش‌بینی فصلی قیمت‌های آینده گوشت مرغ در کشور الگوی خودتوضیح دوره‌ای از مرتبه یک الگوی مناسب تشخیص داده شد. بر اساس نتایج مطالعه و با توجه به روند تغییرات قیمت‌های سه‌ماهانه پیش‌بینی شده قیمت گوشت مرغ، انتظار می‌رود که نوسان‌های قیمت سه‌ماهانه گوشت مرغ در سال‌های آینده بیشتر از سال‌های گذشته باشد. این مساله منجر به افزایش ریسک تولید و به تبع آن خطر درآمد تولید کنندگان گوشت مرغ در کشور می‌گردد. طبعتاً این نوسانات رفاه مصرف کنندگان و تولید کنندگان را تحت تاثیر قرار می‌دهد. بنابراین توصیه می‌گردد سیاست‌گذاران تدبیری را برای مدیریت بازار و عرضه گوشت مرغ در کشور فراهم نمایند.

## منابع

۱. ابراهیمی سمیه، شجری شاهرخ و زارع ابراهیم . ۱۳۹۱. پیش‌بینی تغییرات قیمت مرغ با استفاده از الگوهای سری زمانی و شبکه مصنوعی در استان فارس. هشتمین همایش دوستانه اقتصاد کشاورزی ایران.
  ۲. شرکت امور دام کشور، بانک اطلاعاتی قیمت برخی از فراورده‌ها و نهاده‌های دام و طیور (۱۳۷۷-۹۰)، دفتر برنامه‌ریزی، بودجه و تشکیلات، وزارت جهاد کشاورزی
  ۳. قهرمان‌زاده، محمد و حبیب‌الله سلامی. ۱۳۸۷. الگوی پیش‌بینی قیمت گوشت مرغ در ایران: مطالعه موردی استان تهران. مجله علوم کشاورزی ایران، ۳۹(۲): ص ۱-۲۸.
  ۴. قهرمان‌زاده، محمد. ۱۳۹۰. پیش‌بینی قیمت ماهانه جوجه یکروزه گوشتی در استان آذربایجان شرقی. مجله اقتصاد کشاورزی، ۵(۴): ص ۲۱۰-۲۱۵.
  ۵. کشاورز حداد، غلامرضا. ۱۳۸۵. تحلیل اثرات تقویمی در نوسانات قیمتی برخی از کالاهای اساسی (مطالعه موردی: داده‌های فصلی قیمت گوشت مرغ، گوشت قرمز و تخمر). مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۷۲، ص ۳۲۸-۳۹۵.
1. Brendstrup Bjarne., Helleberg Svend, Nielsen Morten Ørregaard, Skipper Lars, & Stentoft Lara (2004). "Seasonality in economic models". *Macroeconomic Dynamics*, 8: 362–394
  2. Castro Barrio, & Osborn Denise R. (2005). "Testing for Seasonal Unit Roots in Periodic Integrated Autoregressive Processes". *Economic Studies*, School of Social Sciences, University of Manchester
  3. Chu, Lin- Fong. (2008). "A fractionally integrated autoregressive moving average approach to forecasting tourism demand". *Tourism Management*, 29 (1): 79-88.
  4. Clements Michael P. & Hendry David F. (2004). "A companion to economic forecasting". Blackwell Publishing, ltd
  5. Darne Olivier, & Diebolt Claude. (2002). "A note on seasonal unit root tests. Quality and Quantity". Kluwer Academic Publishers, 36: 305–310.
  6. Enders Walter. (2004). *Applied economics time series*. Second edition, John Wiley and Sons, Inc.
  1. Franses Philip Hans. (1991). "Seasonality, non-stationary and the forecasting of monthly time series". *International Journal of Forecasting*, 7:199-208.
  2. Franses,Philip Hans, & Paap Richard. (2004). *Periodic Time Series Models*. Published in the United States by Oxford University Press Inc., New York.
  3. Helleberg Svend, Engle Robert. F., Granger, Clive.W.J & Yoo, S. (1990). "Seasonal integration and cointegration". *Journal of Econometric*, 44: 215–238.
  4. Li, Cong He Changli. (2011). "Modeling and Forecasting Monthly Electricity Price of Sweden with Periodic Autoregressive Models". Dalarna University, Sweden.
  5. Osborn Denise R., Heravi Saeed, C.R. Birchenhall (1999). "Seasonal unit roots and forecasts of two-digit European industrial production". *International Journal of Forecasting*, 15: 27- 47.
  6. Tripodis Yorghos & Penzer Jeremy (2004). *Periodic time series models: a structural approach*. Department of Statistics, London School of Economics.
  7. <http://www.fao.org>